

1 確率の誤っているところの説明 [STEP演習 中学数学2 演習問題1]

Aさんは、大小2個のさいころを同時に投げたときの目の出方について、次のように考えた。この考えの誤っているところを説明しなさい。

目の和が4になるのは 1と3 か 2と2 が出たときである。
目の和が5になるのは 1と4 か 2と3 が出たときである。
したがって、目の和が4になる確率と目の和が5になる確率は等しい。

2 起こる確率が与えられた数値になることがらを答える [STEP演習 中学数学2 演習問題2]

箱Aには1, 2, 3, 4, 5の数を書いたカードが1枚ずつ入っており、箱Bには1, 3, 5, 7の数を書いたカードが1枚ずつ入っている。箱Aと箱Bからそれぞれ1枚ずつカードを取り出すとき、起こる確率が $\frac{3}{10}$ であるようなことがらを1つ答えなさい。

3 カードを並べて計算する試行と確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題3]

3つの袋 A, B, C があり, 袋 A には 0, 1 の数字が書かれたカードがそれぞれ 1 枚ずつ, 袋 B には +, -, × の記号が書かれたカードがそれぞれ 1 枚ずつ, 袋 C には 2, 3 の数字が書かれたカードがそれぞれ 1 枚ずつ入っている。袋 A, B, C の順にそれぞれの袋から 1 枚ずつカードを取り出して, 取り出した順に 3 枚のカードを左から並べる。カードに書かれた数字や記号を数式として計算したとき, その計算結果の絶対値が 3 になる確率を求めなさい。

4 続けて3個の玉を取り出すときの確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題4]

赤, 白, 緑, 青の玉が 1 個ずつ合計 4 個入った袋がある。この袋から玉を, もとにもどすことなく続けて 1 個ずつ 3 回取り出し, 取り出した順に赤, 白, 緑の箱に入れることにする。このとき, 箱の色と玉の色が 1 つだけ一致する確率を求めなさい。

5 カードに書かれている値の和と確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題5]

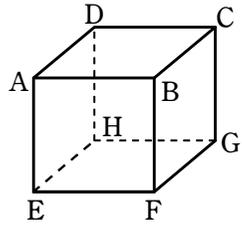
1から5までの整数を1つずつ書いた5枚のカードがある。このカードを、もとにもどすことなく続けて1枚ずつ2回取り出し、最初に取り出したカードに書かれた数を a 、2回目に取り出したカードに書かれた数を b とする。十の位の数が a 、一の位の数が b である数を A 、十の位の数が b 、一の位の数が a である数を B とする。 $A+B$ の値が33の倍数になる確率を求めなさい。

6 くじを引く順番と確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題6]

6本の中に2本の当たりが入ったくじがある。Aさんが先に1本引いたあと、Aさんの引いたくじはもとにもどさず、はずれくじを1本追加してから、Bさんが1本引くとき、Aさん、Bさんのどちらか1人だけが当たる確率を求めなさい。

7 立方体の頂点と確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題7]

右の図のような立方体と、その頂点を表す文字 A ~ H を一つずつ書いた 8 枚のカードがある。このうち、P さんは A, B, C, D の 4 枚、Q さんは E, F, G, H の 4 枚から、それぞれ 1 枚取り出す。取り出した 2 枚のカードが表す頂点を結んだ直線について、次の問いに答えなさい。



P さんのカード



Q さんのカード



- (1) この直線が、平面 ABCD に垂直となる確率を求めなさい。
- (2) この直線が、直線 BC と交わる確率を求めなさい。

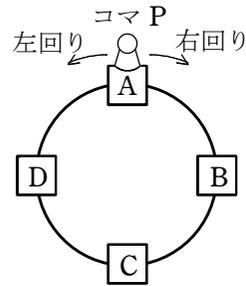
8 座標平面上につくる四角形と確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題8]

1 個のさいころを 2 回投げて、1 回目に出た目を a 、2 回目に出た目を b とする。座標平面上に $O(0, 0)$ 、 $A(a, 0)$ 、 $B(0, b)$ 、 $C(a, b)$ を定め、四角形 OACB をつくる時、次の問いに答えなさい。

- (1) 四角形 OACB の面積が 6 以上 12 以下となる確率を求めなさい。
- (2) 直線 $y = x - 1$ が四角形 OACB の面積を 2 等分する確率を求めなさい。

9 円形のマスを移動するコマと確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題9]

右の図のように、A、B、C、Dの4つのマスが円形に並べあり、コマPは最初にAのマスに置いてある。1個のさいころを1回投げるとき、コマPを出た目の数だけとなるのマスに1つつ移動させる。次の問いに答えなさい。



- (1) 1個のさいころを2回投げるとき、コマPを1回目は右回りに移動させ、2回目は1回目に止まったマスから右回りに移動させる。コマPがちょうど2周まわってAのマスに止まる確率を求めなさい。
- (2) 1個のさいころを2回投げるとき、コマPを1回目は右回りに移動させ、2回目は1回目に止まったマスから左回りに移動させる。次の文章は、コマPが最後にAのマスに止まる場合の1回目と2回目に出たさいころの目の関係について説明したものである。空らんをうめて文章を完成させなさい。

コマPが最後にAのマスに止まるのは、1回目と2回目のさいころの
 となる場合である。

10 袋から2個同時に玉を取り出す確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題10]

赤玉7個と青玉をいくつか入れた袋から、同時に2個の玉を取り出すとき、赤玉を2個取り出す確率と、赤玉と青玉を1個ずつ取り出す確率が同じになるようにしたい。このとき、青玉は何個入れればよいか答えなさい。

1 確率の誤っているところの説明 [STEP演習 中学数学2 演習問題1]

解答 略

2 起こる確率が与えられた数値になることがらを答える [STEP演習 中学数学2 演習問題2]

解答 (解答例 1)

箱 A から取り出したカードに書かれた数が、箱 B から取り出したカードに書かれた数より大きい場合

(解答例 2)

取り出したカードに書かれた数の和が 5 以下になる場合

3 カードを並べて計算する試行と確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題3]

解答 $\frac{1}{3}$

4 続けて3個の玉を取り出すときの確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題4]

解答 $\frac{3}{8}$

5 カードに書かれている値の和と確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題5]

解答 $\frac{2}{5}$

6 くじを引く順番と確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題6]

解答 $\frac{1}{2}$

7 立方体の頂点と確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題7]

解答 (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{2}$

8 座標平面上につくる四角形と確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題8]

解答 (1) $\frac{13}{36}$ (2) $\frac{1}{9}$

9 円形のマスを移動するコマと確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題9]

解答 (1) $\frac{5}{36}$ (2) 出た目の数の差の絶対値が 0 または 4

10 袋から2個同時に玉を取り出す確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題10]

解答 3 個

1 確率の誤っているところの説明 [STEP演習 中学数学2 演習問題1]

解説

$6 \times 6 = 36$ より、大小 2 個のさいころの目の出方は全部で 36 通りあり、それらは同様に確からしい。

目の和が 4 になる場合は

(1, 3), (2, 2), (3, 1)

の 3 通りあるから、その確率は $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

目の和が 5 になる場合は

(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)

の 4 通りあるから、その確率は $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

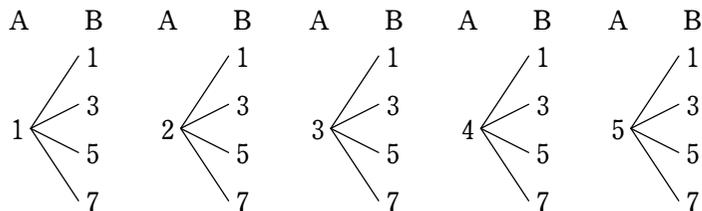
よって、目の和が 4 になる確率と 5 になる確率は等しくない。

A さんの考えは、それぞれの起こる場合を正しくあげられていないという点で、誤っている。

2 起こる確率が与えられた数値になることがらを答える [STEP演習 中学数学2 演習問題2]

解説

次の樹形図から、カードの取り出し方は全部で 20 通りあり、それらは同様に確からしい。



確率が $\frac{3}{10}$ となるのは、ことがらが起こる場合が 6 通りのときである。

(解答例 1)

箱 A から取り出したカードに書かれた数が、箱 B から取り出したカードに書かれた数より大きい

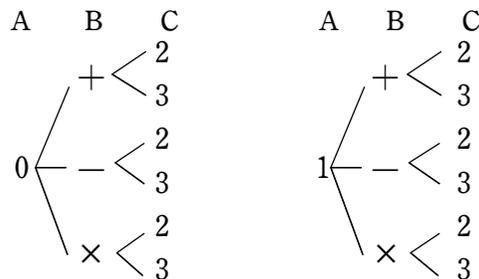
(解答例 2)

取り出したカードに書かれた数の和が 5 以下になる

3 カードを並べて計算する試行と確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題3]

解説

次の樹形図から、カードの取り出し方は全部で 12 通りあり、それらは同様に確からしい。



カードの取り出し方と計算結果は、次の表のようになる。

A	B	C	計算結果	A	B	C	計算結果
0	+	2	2	1	+	2	3
0	+	3	3	1	+	3	4
0	-	2	-2	1	-	2	-1
0	-	3	-3	1	-	3	-2
0	x	2	0	1	x	2	2
0	x	3	0	1	x	3	3

計算結果の絶対値が 3 になるのは

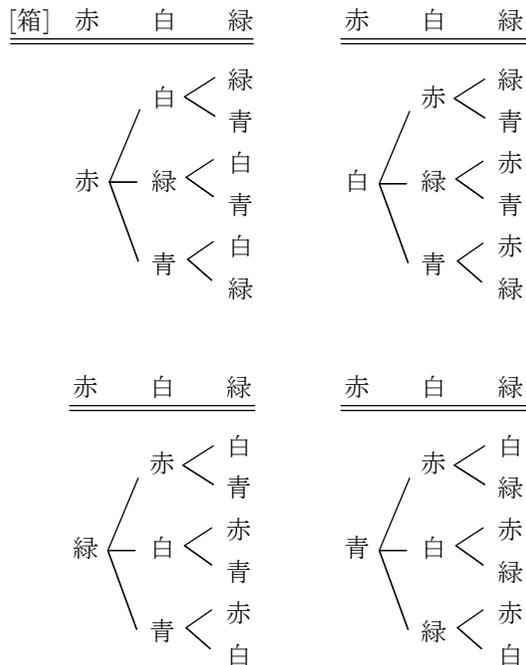
(0, +, 3), (0, -, 3), (1, +, 2), (1, x, 3)

の 4 通りあるから、求める確率は $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

4 続けて3個の玉を取り出すときの確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題4]

解説

次の樹形図から、玉の取り出し方は全部で24通りあり、それらは同様に確からしい。



箱の色と玉の色が1つだけ一致するのは

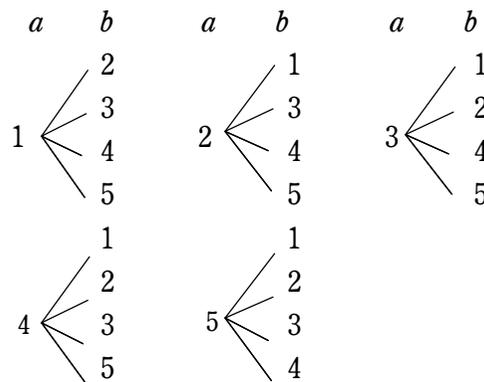
- (赤, 緑, 白), (赤, 緑, 青), (赤, 青, 白),
 (白, 赤, 緑), (白, 青, 緑), (緑, 白, 赤),
 (緑, 白, 青), (青, 赤, 緑), (青, 白, 赤)

の9通りあるから、求める確率は $\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$

5 カードに書かれている値の和と確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題5]

解説

次の樹形図から、カードの取り出し方は全部で20通りあり、それらは同様に確からしい。



$A = 10a + b$, $B = 10b + a$ であるから

$$\begin{aligned} A + B &= (10a + b) + (10b + a) \\ &= 11a + 11b \\ &= 11(a + b) \end{aligned}$$

よって、 $A + B$ が33の倍数になるのは、 $a + b$ が3の倍数のときである。

20通りのカードの取り出し方について、 $a + b$ の値を求めると、次の表のようになる。

a	b	a+b												
1	2	3	2	1	3	3	1	4	4	1	5	5	1	6
1	3	4	2	3	5	3	2	5	4	2	6	5	2	7
1	4	5	2	4	6	3	4	7	4	3	7	5	3	8
1	5	6	2	5	7	3	5	8	4	5	9	5	4	9

よって、 $a + b$ の値が3の倍数になるようなカードの取り出し方は

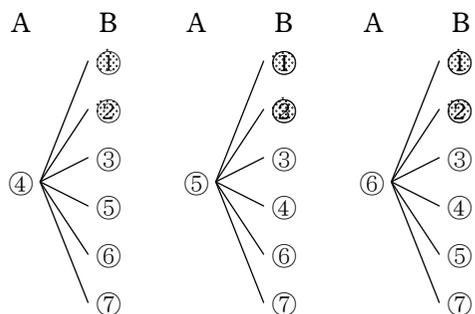
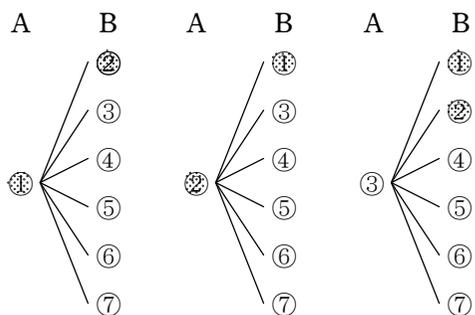
- (1, 2), (1, 5), (2, 1), (2, 4), (4, 2), (4, 5), (5, 1), (5, 4)

の8通りあるから、求める確率は $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

6 くじを引く順番と確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題6]

解説

はじめのくじの当たりを ㊶, ㊷, はずれを ③, ④, ⑤, ⑥, 追加するはずれを ⑦ と表す。
次の樹形図から、くじの引き方は全部で 36 通りあり、それらは同様に確からしい。



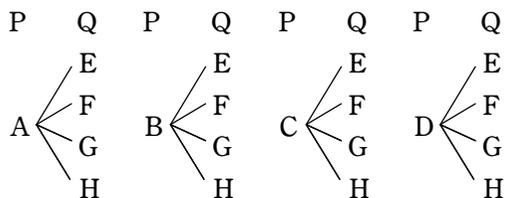
A さん、B さんのどちらか 1 人だけが当たる場合は

18 通りあるから、求める確率は $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

7 立方体の頂点と確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題7]

解説

次の樹形図から、カードの取り出し方は全部で 16 通りあり、それらは同様に確からしい。



(1) 平面 ABCD に垂直となるカードの取り出し方は (A, E), (B, F), (C, G), (D, H)

の 4 通りあるから、求める確率は $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

(2) 直線 BC と交わるようなカードの取り出し方は

(B, E), (B, F), (B, G), (B, H),

(C, E), (C, F), (C, G), (C, H)

の 8 通りあるから、求める確率は $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

8 座標平面上につくる四角形と確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題8]

解説

$6 \times 6 = 36$ より、さいころを 2 回投げるとき、目の出方は全部で 36 通りあり、それらは同様に確からしい。

(1) 四角形 OACB は長方形であるから、四角形 OACB の面積は $OA \times OB = ab$

6 から 12 までの自然数のうち、1 から 6 までの自然数の積で表されるものは

$$6 = 1 \times 6 = 2 \times 3 = 3 \times 2 = 6 \times 1$$

$$8 = 2 \times 4 = 4 \times 2$$

$$9 = 3 \times 3$$

$$10 = 2 \times 5 = 5 \times 2$$

$$12 = 2 \times 6 = 3 \times 4 = 4 \times 3 = 6 \times 2$$

よって、四角形 OACB の面積が 6 以上 12 以下となるような目の出方は

$$(1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1), (2, 4),$$

$$(4, 2), (3, 3), (2, 5), (5, 2), (2, 6),$$

$$(3, 4), (4, 3), (6, 2)$$

の 13 通りあるから、求める確率は $\frac{13}{36}$

(2) 四角形 OACB の対角線の交点の座標は $\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$

よって、四角形 OACB の面積を 2 等分する直線は、点 $\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ を通る。

$y = x - 1$ に $x = \frac{a}{2}$, $y = \frac{b}{2}$ を代入すると

$$\frac{b}{2} = \frac{a}{2} - 1$$

よって $b = a - 2$

$b = a - 2$ を満たす (a, b) の組は

$$(3, 1), (4, 2), (5, 3), (6, 4)$$

の 4 通りある。

したがって、直線 $y = x - 1$ が四角形 OACB の面積を 2 等分するような目の出方は

4 通りあるから、求める確率は

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

9 円形のマスを移動するコマと確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題9]

解説

$6 \times 6 = 36$ より、さいころを 2 回投げるとき、目の出方は全部で 36 通りあり、それらは同様に確からしい。

(1) コマ P がちょうど 2 周まわって A のマスに止まるのは、出る目の数の和が 8 になるときである。

出る目の数の和が 8 になるような目の出方は

$$(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)$$

の 5 通りあるから、求める確率は $\frac{5}{36}$

(2) コマ P が最後に A のマスに止まるのは、次のような場合である。

・1 回目と 2 回目に同じマスだけ動くとき

・1 回目と 2 回目の移動で右回りに 4 マス動くとき

・1 回目と 2 回目の移動で左回りに 4 マス動くとき

よって、コマ P が最後に A のマスに止まるのは、

1 回目と 2 回目のさいころの

出た目の数の差の絶対値が 0 または 4

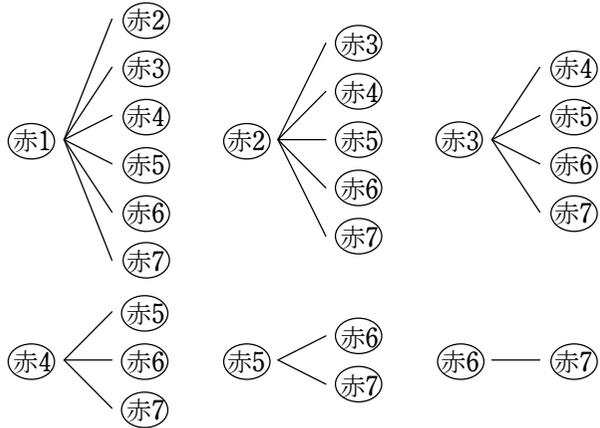
となる場合である。

10 袋から2個同時に玉を取り出す確率 [STEP演習 中学数学2 演習問題10]

解説

青玉が x 個入っているとす。

赤玉 7 個と青玉 x 個が入った袋から、同時に 2 個の玉を取り出すとき、次の樹形図から、赤玉 2 個を取り出す場合は 21 通りある。



赤玉と青玉を 1 個ずつ取り出す場合も 21 通りであればよい。

7 個の赤玉に対して、それぞれ青玉の取り出し方は x 通りずつあるから

$$7x = 21$$

$$x = 3$$

よって、青玉は 3 個入れればよい。